

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

**Филиал РГГУ в г. Домодедово**

Кафедра математических и естественнонаучных дисциплин

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Направление подготовки 38.03.01 «Экономика»  
Направленность (профиль) ««Финансы и кредит»»  
Уровень высшего образования «бакалавриат»  
Форма обучения: очная, очно-заочная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Домодедово 2023

Математический анализ  
Рабочая программа дисциплины  
Составитель:  
канд. физ.-мат. наук, доц. Михин М.Н.

**УТВЕРЖДЕНО**  
Протокол заседания кафедры  
Математических и естественнонаучных дисциплин  
филиала РГГУ в г. Домодедово  
№ 5 от 29.03.2023г.

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **9. Методические материалы**

9.1. Планы практических (семинарских, лабораторных) занятий

9.2. Методические рекомендации по подготовке письменных работ

9.3. Иные материалы

### **Приложения**

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

# 1. Пояснительная записка

## 1.1. Цель и задачи дисциплины

Рабочая программа учебной дисциплины Б1.О.06.01 «Математический анализ» является обязательной частью Блока 1 Дисциплины (модули) образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки ФГОС ВО 38.03.01 «Экономика».

Цель дисциплины — общематематическая подготовка студентов, необходимая для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; воспитание у студентов навыков логического мышления и формального обоснования принимаемых решений.

Задачи дисциплины:

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развить логическое и алгоритмическое мышление, умение строго излагать свои мысли;
- выработка навыков к математическому исследованию теоретических и практических задач экономики и управления;
- сформировать умение выбирать математический инструментарий для построения моделей экономических процессов, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с основами исследования функций, действий над ними, их применениям для изучения широкого круга задач математики и ее приложений

## 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1 Использует методы сбора, анализа и оценки информации, отражающей состояние и тенденции в экономике	<i>Знать:</i> анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач  <i>Уметь:</i> осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач  <i>Владеть:</i> способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач
	ОПК-2.2 Анализирует результаты экономико-статистических исследований и делает	<i>Знать:</i> методы поиска информации, необходимой для решения экономических задач.

	на их основе качественные и количественные выводы для решения практических задач	<p><i>Уметь:</i> осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Владеть:</i> использования математического аппарата для решения экономических задач.</p>
ОПК – 6 Знает принципы работы современного инструментария сбора и анализа данных, необходимых для решения поставленных задач	ОПК - 6.1 Знает принципы работы современного инструментария сбора и анализа данных, необходимых для решения поставленных задач	<p><i>Знать:</i> анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Уметь:</i> осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Владеть:</i> способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p>
	ОПК - 6.2 Использует принципы работы информационных технологий и эффективно применяет при решении задач в профессиональной деятельности	<p><i>Знать:</i> методы поиска информации, необходимой для решения экономических задач.</p> <p><i>Уметь:</i> осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Владеть:</i> использования математического аппарата для решения экономических задач.</p>

### 1.3. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули) учебного плана. Читается бакалавриату по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» в течение первого и второго семестров.

Теоретическая база дисциплины предусматривает предварительное изучение студентами школьных курсов: «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия», что является началом формирования компетенций ОПК-2 и ОПК-6.

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Экономико-математические методы и модели», «Многомерный статистический анализ», «Эконометрика», «Макроэкономика», «Микроэкономика» и ряд других дисциплин.

## 2. Структура дисциплины

### Для очной формы обучения набор 2023

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зачетных единицы, 216 ч., в том числе: контактная работа обучающихся с преподавателем 84 ч, промежуточная аттестация 36 ч., самостоятельная работа обучающихся 96 ч.

1 семестр

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			Контактная		Самостоятельная работа	Промежуточная аттестация	
			лекции	Практические занятия			
1	Тема 1. Элементы теории множеств.	1	3	3	6		Проверка выполнения д/з.
2	Тема 2. Функции одной переменной.	1	3	3	7		Проверка выполнения д/з.
3	Тема 3. Предел числовой последовательности.	1	2	4	7		Проверка выполнения д/з.
4	Тема 4. Предел функции одной переменной.	1	2	4	7		Проверка выполнения д/з. Проверочная работа по теме «Пределы»
5	Тема 5. Непрерывность функции одной переменной.	1	2	4	7		Проверка выполнения д/з.
6	Тема 6. Производная и дифференциал функции одной переменной.	1	2	4	7		Проверка выполнения д/з. Проверочная работа по теме «Производная»
7	Тема 7. Исследование функции одной переменной и построение графиков.	1	2	4	7		Проверка выполнения д/з. Итоговая проверочная работа
	Экзамен	1	-	-	-	18	Экзамен по билетам
	Итог за семестр	1	16	26	48	18	

## 2 семестр

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			Контактная		Самостоятельная работа	Промежуточная аттестация	
			лекции	Практические занятия			
1	Тема 8. Функции нескольких переменных. Основные понятия.	2	2	4	5		Проверка выполнения д/з.
2	Тема 9. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных.	2	2	4	6		Проверка выполнения д/з.
3	Тема 10. Экстремумы функции двух переменных.	2	2	4	5		Проверка выполнения д/з. Проверочная работа по теме «Функции нескольких переменных»
4	Тема 11. Первообразная и неопределенный интеграл.	2	2	4	5		Проверка выполнения д/з.
5	Тема 12. Определенный интеграл.	2	2	2	6		Проверка выполнения д/з.
6	Тема 13. Несобственные интегралы.	2	1	2	5		Проверка выполнения д/з. Проверочная работа по теме «Интегралы»
7	Тема 14. Дифференциальные уравнения.	2	2	2	5		Проверка выполнения д/з.
8	Тема 15. Числовые ряды.	2	2	2	5		Проверка выполнения д/з.
9	Тема 16. Степенные ряды.	2	1	2	6		Проверка выполнения д/з. Итоговая проверочная работа
	Экзамен	2	-	-	-	18	Экзамен по билетам
	Итог за семестр	2	16	26	48	18	
	Всего		32	52	96	36	



### Для очно-заочной формы обучения набор 2023

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зачетных единицы, 216 ч., в том числе: контактная работа обучающихся с преподавателем 48 ч, промежуточная аттестация 36 ч., самостоятельная работа обучающихся 132 ч.

#### 1 семестр

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			Контактная		Самостоятельная работа	Промежуточная аттестация	
			лекции	Практические занятия			
1	Тема 1. Элементы теории множеств.	1	2	2	10		Разбор и решение задач по теме.
2	Тема 2. Функции одной переменной.	1	1	2	9		Разбор и решение задач по теме.
3	Тема 3. Предел числовой последовательности.	1	1	2	9		Разбор и решение задач по теме.
4	Тема 4. Предел функции одной переменной.	1	2	2	10		Разбор и решение задач по теме.
5	Тема 5. Непрерывность функции одной переменной.	1	1	2	9		Разбор и решение задач по теме.
6	Тема 6. Производная и дифференциал функции одной переменной.	1	2	2	10		Разбор и решение задач по теме.
7	Тема 7. Исследование функции одной переменной и построение графиков.	1	1	2	9		Разбор и решение задач по теме. Итоговая проверочная работа
	Экзамен	1	-	-	-	18	Экзамен по билетам
	Итог за семестр	1	10	14	66	18	

## 2 семестр

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			Контактная		Самостоятельная работа	Промежуточная аттестация	
			лекции	Практические занятия			
1	Тема 8. Функции нескольких переменных. Основные понятия.	2	0,5	2	8	Разбор и решение задач по теме.	
2	Тема 9. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных.	2	0,5	2	7	Разбор и решение задач по теме.	
3	Тема 10. Экстремумы функции двух переменных.	2	2	2	7	Разбор и решение задач по теме.	
4	Тема 11. Первообразная и неопределенный интеграл.	2	2	2	7	Разбор и решение задач по теме.	
5	Тема 12. Определенный интеграл.	2	2	2	8	Разбор и решение задач по теме.	
6	Тема 13. Несобственные интегралы.	2	1	1	7	Разбор и решение задач по теме.	
7	Тема 14. Дифференциальные уравнения.	2	1	1	8	Разбор и решение задач по теме.	
8	Тема 15. Числовые ряды.	2	0,5	1	7	Разбор и решение задач по теме.	
9	Тема 16. Степенные ряды.	2	0,5	1	7	Разбор и решение задач по теме. Итоговая проверочная работа	
	Экзамен	2	-	-	-	18 Экзамен по билетам	
	Итог за семестр	2	10	14	66	18	
	Всего		20	28	132	36	

### 3. Содержание дисциплины

#### Раздел 1. Функции одной переменной. Дифференциальное исчисление

Тема 1. Элементы теории множеств. Основные понятия теории множеств. Элементы логической символики. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Числовые промежутки. Абсолютная величина вещественного числа. Окрестность точки.

Тема 2. Функции одной переменной. Понятие функции одной переменной: область определения, область значений, способы задания. Основные характеристики: четность-нечетность, монотонность, ограниченность. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики. Преобразование графиков.

Тема 3. Предел числовой последовательности. Понятие числовой последовательности, способы задания. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Предел последовательности: определение, геометрический смысл.

Тема 4. Предел функции одной переменной. Предел функции на бесконечности. Пределы функции в точке по Коши и по Гейне. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией. Арифметические свойства пределов. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Признаки существования пределов. Вычисление пределов алгебраических выражений. Замечательные пределы и их следствия. Число  $e$  как предел последовательности. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.

Тема 5. Непрерывность функции одной переменной. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке. Точки разрыва и их классификации. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений, промежуточного значения.

Тема 6. Производная и дифференциал функции одной переменной. Понятие производной функции одной переменной, механический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференциал функции, геометрический смысл. Инвариантность формы полного дифференциала. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций: Ролля (о корнях производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений двух функций). Правило Лопиталья. Формула Тейлора для многочлена. Формулы Тейлора для функции. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.

Тема 7. Исследование функции одной переменной и построение графиков. Условия возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные признаки экстремума функции. Задача максимизации прибыли фирмы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Условия выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика. Экономический смысл производной.

## Раздел 2. Функции нескольких переменных

Тема 8. Функции нескольких переменных. Основные понятия. Понятие функции нескольких переменных: область определения, способы задания. Линия и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.

Тема 9. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Частные производные и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Производная сложной функции. Полная производная. Производная по направлению. Градиент.

Тема 10. Экстремумы функции двух переменных. Основные понятия. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Однородные функции. Производственные функции и их исследование с помощью производных. Предельные и средние экономические показатели на базе производственных функций. Постановки экономических оптимизационных задач и обзор методов их решения. Задача максимизации прибыли фирмы. Задача максимизации объема выпускаемой продукции при ограничении затрат на приобретение ресурсов.

## Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 11. Первообразная и неопределенный интеграл. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: метод использования табличных интегралов, метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование рациональных дробей.

Тема 12. Определенный интеграл. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл с переменным верхним пределом. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла, вычисление площади плоской фигуры.

Тема 13. Несобственные интегралы. Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.

Тема 14. Дифференциальные уравнения. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные

дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

#### Раздел 4. Элементы теории рядов

Тема 15. Числовые ряды. Основные понятия. Ряд геометрической прогрессии. Свойства рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости (сравнения, Даламбера, радикальный, интегральный). Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Тема 16. Степенные ряды. Основные понятия: радиус, интервал, область сходимости. Свойства степенных рядов. Формула Тейлора. Ряды Тейлора и Маклорена: свойства, основные разложения.

## 4. Образовательные технологии

При реализации программы дисциплины «Математический анализ» используются различные образовательные технологии: аудиторные занятия проводятся в виде лекций и практических занятий. Лекции проводятся по типу проблемных лекций, лекций-визуализаций, лекций-дискуссий, лекций с применением техники обратной связи, лекций с разбором конкретных ситуаций.

На Практических занятиях, проводимых по типу занятие-дискуссия, занятие – круглый стол, занятие развернутая беседа с обсуждением докладов, предусмотрено обсуждение основополагающих и наиболее сложных вопросов курса, заслушивание докладов. Темы практических занятий отражают последовательность изучения курса в соответствии с программой.

Самостоятельная работа студентов подразумевает подготовку докладов, самоконтроль, подготовку к тестированию, работу с нормативно-правовыми актами и информационными ресурсами. Для самостоятельной работы студентов подготовлены задания для самостоятельной работы, список источников и литературы.

№ п/п	Наименование темы	Виды учебной работы	Образовательные технологии
1	2	3	4
1 семестр			
1.	Тема 1. Элементы теории множеств.	Лекция 1. Практическое занятие 1.	Вводная лекция Практическое занятие — решение типовых заданий.
2.	Тема 2. Функции одной переменной.	Лекция 2-3. Практическое занятие 2.	Проблемная лекция Практическое занятие — решение типовых заданий.
3.	Тема 3. Предел числовой последовательности.	Лекция 4. Практическое занятие 3-4.	Проблемная лекция Практическое занятие — решение типовых заданий.
4.	Тема 4. Предел функции одной переменной.	Лекция 5-6. Практическое занятие 5-7.	Проблемная лекция Практическое занятие — решение типовых заданий. Проверочная работа по теме «Пределы»
5.	Тема 5. Непрерывность функции одной переменной.	Лекция 7. Практическое занятие 8-9.	Проблемная лекция Практическое занятие — решение типовых заданий.
6.	Тема 6. Производная и дифференциал функции одной переменной.	Лекция 8-9. Практическое занятие 10-13.	Проблемная лекция Практическое занятие — решение типовых заданий. Проверочная работа по теме «Производная»
7.	Тема 7. Исследование функции одной переменной и построение графиков.	Лекция 9-11. Практическое занятие 14-17.	Проблемная лекция Практическое занятие — решение типовых заданий. Итоговая проверочная работа
2 семестр			
8.	Тема 8. Функции нескольких переменных. Основные понятия.	Лекция 1. Практическое	Проблемная лекция. Практическое занятие — решение

		занятие 1.	типовых заданий.
9.	Тема 9. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.	Лекция 2.	Проблемная лекция
		Практическое занятие 2-3.	Практическое занятие — решение типовых заданий.
10	Тема 10. Экстремумы функции двух переменных.	Лекция 3.	Проблемная лекция
		Практическое занятие 4-5.	Практическое занятие — решение типовых заданий. Проверочная работа по теме «Функции нескольких переменных»
11	Тема 11. Первообразная и неопределенный интеграл.	Лекция 4.	Проблемная лекция.
		Практическое занятие 6-7.	Практическое занятие — решение типовых заданий.
12	Тема 12. Определенный интеграл.	Лекция 5.	Проблемная лекция.
		Практическое занятие 8.	Практическое занятие — решение типовых заданий.
13	Тема 13. Несобственные интегралы.	Лекция 6.	Проблемная лекция.
		Практическое занятие 9-10.	Практическое занятие — решение типовых заданий. Проверочная работа по теме «Интегралы»
14	Тема 14. Дифференциальные уравнения.	Лекция 6-7.	Проблемная лекция
		Практическое занятие 11.	Практическое занятие — решение типовых заданий. Проверочная работа
15	Тема 15. Числовые ряды.	Лекция 7-8.	Проблемная лекция.
		Практическое занятие 12-13.	Практическое занятие — решение типовых заданий.
16	Тема 16. Степенные ряды.	Лекция 10.	Проблемная лекция.
		Практическое занятие 12-13.	Практическое занятие — решение типовых заданий. Итоговая проверочная работа

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ. для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## Перечень компетенций с указанием этапов их формирования

№ п/п	Код компетенции (или ее части)	Наименование темы	Наименование оценочного средства
1	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК - 6.1 ОПК - 6.2	Тема 1. Элементы теории множеств. Тема 2. Функции одной переменной. Тема 3. Предел числовой последовательности. Тема 4. Предел функции одной переменной. Тема 5. Непрерывность функции одной переменной. Тема 6. Производная и дифференциал функции одной переменной. Тема 7. Исследование функции одной переменной и построение графиков. Тема 8. Функции нескольких переменных. Основные понятия. Тема 9. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Тема 10. Экстремумы функции двух переменных. Тема 11. Первообразная и неопределенный интеграл. Тема 12. Определенный интеграл. Тема 13. Несобственные интегралы. Тема 14. Дифференциальные уравнения. Тема 15. Числовые ряды. Тема 16. Степенные ряды.	Проверочная работа по теме «Пределы». Проверочная работа «Производная». Проверочная работа «Функции нескольких переменных». Проверочная работа «Интегралы». Итоговая проверочная работа за 1 семестр. Итоговая проверочная работа за 2 семестр. Экзаменационные билеты за 1 семестр. Экзаменационные билеты за 2 семестр.



## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Форма контроля	Максимальное количество баллов за одну работу	Максимальное количество баллов всего
Посещение лекций		10
Работа на практических занятиях		20
Проверочная работа	10	20
Итого проверочная работа	10	10
Всего за текущий контроль		60
Экзамен		40
Итого за семестр		100

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55		E	
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/A,B	«отлично»/» зачтено (отлично)/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне — «высокий».</p>
82-68/C	«хорошо»/» зачтено (хорошо)/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне — «хороший».</p>
67-50/D,E	«удовлетворительно»/ «зачтено (удовлетворительно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне — «достаточный».</p>
49-0/F,FX	«неудовлетворительно»/	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает</p>

	не зачтено	<p>грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьезные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приемами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>
--	------------	---

### 5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Проверочная работа по теме «Пределы»

Проверочная работа проводится по темам 3 и 4. Проверочная работа включает в себя 10 практических заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

Вычислить пределы (не применяя правило Лопиталя)

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}{x + 3},$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^4 + 4x^2 - 4},$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x),$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 7x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{\cos 5x},$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{5x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3}\right)^{5x+7},$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2 \sin 3x)}{\sin 4x},$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \sin 3x)^{\frac{1}{\sin 3x}}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{1 - \sqrt[3]{x}}$$

Проверочная работа «Производная»

Проверочная работа проводится по темам 5 и 6. Проверочная работа включает в себя 10 практических заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

1. Используя только определение производной, найти производную функции

$$y = \sqrt{2x}.$$

- 2-3. Исследовать на непрерывность функцию

$$f(x) = \frac{x-4}{x+6}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0, \\ 4 - x, & x > 0. \end{cases}$$

- 4-7. Используя общие правила дифференцирования, найти производные  $y'(x)$ :

$$y = e^{2x}$$

$$y = x^3 \sin 3x,$$

$$y = \frac{\sin x}{\cos^3 x},$$

$$y = (2+x)^{5x+6},$$

8. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x = x_0$ , если

$$y = \sin 2x, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$$

- 9-10. Используя правило Лопиталя, найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(x-5)}{\ln(e^x - e^5)},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}.$$

## Итоговая проверочная работа за 1 семестр

Проверочная работа включает в себя 12 практических заданий. Студенту нужно выбрать для решения 10 заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

№ 1-№4. Вычислить пределы

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 10x + 3} - x),$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 4x - 16}{x^2 + 4x - 12},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x - 3}{3x + 5} \right)^{3x-7},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 9x)^{\operatorname{ctg} 7x}.$$

№ 5. Используя только определение производной, вывести производную функции  $f(x) = \sin 7x$

№ 6-№ 8. Найти производную функции

$$y = \cos^4(4x),$$

$$y = \frac{x^3}{e^{\sin(x)}},$$

$$y = (\sin 2x)^{4x+2}.$$

№ 9. Найти точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & x \leq 0, \\ 2 - x, & x > 0. \end{cases}$  и провести их

классификацию.

№ 10. Найти точки экстремума и определить интервалы монотонности функции

$$y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$$

№ 11. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости функции  $y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$

№ 12. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$$

## Проверочная работа «Функции нескольких переменных»

Проверочная работа проводится по темам 8 - 10. Проверочная работа включает в себя 5 практических заданий. За каждое верно выполненное задание дается два балла. Максимальное количество баллов — 10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

1. Найти все частные производные второго порядка функции

$$z = \arcsin \frac{x}{y}.$$

2. Для функции  $u = x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2$  найти:

а) градиент функции;

б) производную функции в точке  $M(1; 1; 1)$  по направлению вектора  $\bar{a} = \{-2; -1; -2\}$ .

3. Исследовать на экстремум функцию

$$z = -2x^2 - xy - y^2 + 5x + 3y.$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = -2x^2 + xy - 4y^2 - 2x + 16y$$

в области, ограниченной линиями:

$$x = -1, \quad y = -3, \quad x + y = 4.$$

5. Найти условный экстремум функции  $z = 2x + y$ , если  $x^2 + y^2 - 5 = 0$ .

## Проверочная работа «Интегралы»

Проверочная работа проводится по темам 11-13. Проверочная работа включает в себя 10 практических заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов — 10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

1-6. Найти неопределенные интегралы

$$\int \frac{x^2}{4+x^6} dx,$$
$$\int x^2 e^{x^3+1} dx.$$
$$\int x e^{-2x} dx,$$
$$\int \sin(5x+4) dx.$$
$$\int \frac{2x-3}{x^2-6x+18} dx,$$
$$\int \frac{x+3}{(x-2)(x+1)} dx$$

7-9. Вычислить определенные интегралы

$$\int_0^1 x e^{-2x} dx,$$
$$\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}},$$
$$\int_0^1 \frac{2x-5}{x+4} dx.$$

10. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, y = \sqrt{x}.$$



## Итоговая проверочная работа за 2 семестр

Проверочная работа включает в себя 12 практических заданий. Студенту нужно выбрать для решения 10 заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов — 10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

1-4. Найти неопределенные интегралы

$$\int x e^{-5x} dx, \quad \int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^6}} dx,$$

$$\int \frac{(x+2)dx}{x^3+4x^2-5x}, \quad \int \frac{x-5}{\sqrt{x^2-8x+20}} dx$$

5-7. Вычислить определенные интегралы

$$\int_0^2 x^2 e^{-2x} dx, \quad \int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}},$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+2x+2}.$$

8. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  
 $y^2 = 2x+1$ ,  $x-y=1$ .

9. Исследовать на экстремум функцию

$$u = x^2 + xy - y^2 + 3x - 4y$$

10. Для заданной функции найти  $u_{xx}$ , если

$$u = \cos(x^3 y^5)$$

11. Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$x dx + y(x^2 + 1) dy = 0.$$

12. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{3n}}{8^n n}$

## Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

Вопросы по курсу «Математический анализ»  
1 семестр

1. Множество. Операции над множествами.
2. Понятие функции. Область определения и область значений функции.
3. Сложная функция.
4. Обратная функция и ее график.
5. Четные и нечетные функции. Свойства четных и нечетных функций.
6. Периодические функции.
7. Монотонные функции.
8. Числовая последовательность. Основные характеристики: монотонность, ограниченность.
9. Предел числовой последовательности. Геометрический смысл предела.
10. Теорема о единственности предела сходящейся последовательности.
11. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
12. Теорема об арифметических свойствах предела сходящихся последовательностей.
13. Предел числовой последовательности. Теорема о «зажатой» переменной.
14. Теорема о сходимости ограниченной монотонной последовательности.
15. Число  $\epsilon$  как предел последовательности.
16. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне).
17. Предел сложной функции.
18. Односторонние пределы. Теорема о существовании двустороннего предела функции в точке.
19. Теоремы о предельном переходе в неравенствах.
20. Первый замечательный предел и его следствия.
21. Второй замечательный предел и его следствия.
22. Эквивалентность бесконечно малых функций.
23. Теорема о связи функции, имеющей конечный предел и бесконечно малой функцией.
24. Непрерывность функции в точке.
25. Непрерывность сложной функции.
26. Классификация точек разрыва функции.
27. Теоремы о свойствах функций, непрерывных на отрезке.
28. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной.
29. Теорема о связи между непрерывностью и дифференцируемостью.
30. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
31. Производная сложной функции.
32. Производная обратной функции.
33. Логарифмическая производная.
34. Дифференцирование параметрически заданных функций.
35. Дифференцирование неявно заданной функции.
36. Вывод формул дифференцирования простейших элементарных функций.

37. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой.
38. Дифференциал функции. Его геометрический смысл.
39. Инвариантность формы первого дифференциала.
40. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
41. Экстремумы функции. Необходимое условие существования экстремума.
42. Достаточное условие экстремума.
43. Теорема Ролля (о корнях производной).
44. Теорема Лагранжа (о конечных приращениях).
45. Теорема Коши (об отношении приращения двух функций).
46. Правило Лопиталья.
47. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
48. Условия возрастания (убывания) функции на отрезке.
49. Применение производной второго порядка к исследованию функции на экстремум.
50. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
51. Понятие выпуклости и вогнутости кривой.
52. Необходимое условие выпуклости (вогнутости) графика функции.
53. Точки перегиба. Необходимое условие существования точки перегиба.
54. Достаточное условие существования точки перегиба.
55. Вертикальные и наклонные асимптоты кривой.
56. Исследование функций и построение графиков.

Вопросы по курсу «Математический анализ»  
2семестр

1. Функции нескольких переменных, область определения, способы задания.
2. Функции нескольких переменных. Предел функции в точке.
3. Частные приращения и частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
4. Формула полного приращения функции нескольких переменных. Полный дифференциал.
5. Производные высших порядков.
6. Необходимые условия экстремума функции нескольких переменных.
7. Достаточные условия экстремума функции нескольких переменных.
8. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
9. Производная по направлению.
10. Градиент.
11. Определение первообразной функции.
12. Неопределенный интеграл. Основные свойства.
13. Неопределенный интеграл. Метод замены переменной.
14. Неопределенный интеграл. Формула интегрирования по частям.
15. Неопределенный интеграл. Интегрирование рациональной дроби.
16. Определенный интеграл — задача о площади криволинейной трапеции.
17. Теорема Ньютона-Лейбница. Основные свойства.
18. Определенный интеграл. Теорема Ньютона-Лейбница.
19. Определенный интеграл. Метод замены переменной.
20. Определенный интеграл. Формула интегрирования по частям.
21. Несобственные интегралы I рода.
22. Несобственные интегралы II рода.
23. Нахождение площади плоской фигуры.
24. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
25. Дифференциальные уравнения первого порядка.
26. Уравнение Бернулли.
27. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
28. Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости.
29. Признаки сравнения.
30. Признак Даламбера.
31. Радиальный признак Коши.
32. Интегральный признак.
33. Степенной ряд. Область сходимости.
34. Формула Тейлора. Ряды Тейлора и Маклорена

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Список источников и литературы

#### Основная литература

1. Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 472 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004467-5. - Текст: электронный// ЭБС «Znanium.com»: [сайт]. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072296>
2. Шипачев, В. С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. — Москва: ИНФРА-М, 2021. — 479 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-010072-2. - Текст: электронный// ЭБС «Znanium.com»: [сайт]. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1185673>
3. Математический анализ для экономистов: практикум: Учебное пособие/Т.И.Демина, О.П.Шевякова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 365 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010388-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/486418>

#### Дополнительная литература:

1. Кузнецов, Б. Т. Математика: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / Б. Т. Кузнецов. — 2-е изд. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 719 с. — ISBN 5-238-00754-X. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71018.html>
2. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. - 479 с. — (Серия «Золотой фонд российских учебников») - ISBN 978-5-238-00991-9. — Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1028709> или <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>
3. Курс высшей математики для экономистов: учебник / под ред. Р.В. Сагитова. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 647 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011091-2. - Текст: электронный// ЭБС «Znanium.com»: [сайт]. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/989794>
4. Лурье, И. Г. Высшая математика. Практикум: учебное пособие / И.Г. Лурье, Т.П. Фунтикова. — Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2018. — 160 с. - ISBN 978-5-9558-0281-7. - Текст: электронный// ЭБС «Znanium.com»: [сайт]. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/935333>
5. Михин, М.Н. Математический анализ. Функции нескольких переменных: Учебное пособие. / М.Н. Михин, Т.Б. Белова – Москва: Альпен-Принт, 2020 – 57 с. ISBN 978-5-6044627-3-7

## 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.eios.dom-rggu.ru/> - электронная информационно-образовательная среда (ЭИОС) филиала РГГУ в г.Домодедово
2. <http://www.znanium.com> - Электронные учебники электронно-библиотечной системы Znanium
3. Электронно-библиотечная система IPRbooks (ЭБС IPRbooks) - <http://www.iprbookshop.ru/>
4. Электронная информационно-образовательная среда (ЭИОС) филиала РГГУ в г. Домодедово – <http://www.eios.dom-rsuh.ru/>
5. Информационно-правовой портал - <https://www.garant.ru>

Состав современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочные систем (ИСС) (2023 г.)

№п /п	Наименование
1	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Реализация учебной дисциплины требует наличия лекционного кабинета со следующим оборудованием:

1. Ноутбук с программным обеспечением Microsoft PowerPoint;
2. Проектор для демонстрации слайдов Microsoft PowerPoint;
3. Экран для демонстрации слайдов Microsoft PowerPoint.

Для преподавания дисциплины необходим доступ к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) филиала, электронному каталогу библиотеки института, а также оборудование для мультимедийных презентаций.

Программное лицензионное обеспечение дисциплины: Windows 7 Pro, Windows 8,1, Windows 10 Pro, Microsoft office 2010/2013

Освоение дисциплины предполагает использование академической аудитории для проведения лекционных и практических занятий с необходимыми техническими средствами (оборудование для мультимедийных презентаций).

Состав программного обеспечения (ПО) (2023 г.)

№п /п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Операционная система тонких клиентов WТware	WTware	Лицензионное
2	Windows server 2008	Microsoft	Лицензионное
3	Microsoft office 2010/2013	Microsoft	Лицензионное
4	Windows 7 Pro	Microsoft	Лицензионное
5	MyTestXPro	MyTestX	Лицензионное
6	Windows server 2012	Microsoft	Лицензионное
7	Windows 8.1	Microsoft	Лицензионное
8	Windows 10 Pro	Microsoft	Лицензионное
9	Dr. Web	Dr. Web	Лицензионное

10	Касперский	Лаборатория Касперского	Свободно распространяемое
11	AutoCAD 2010 Student	Autodesk	Свободно распространяемое
12	Archicad 21 Rus Student	Graphisoft	Свободно распространяемое
13	Adobe Acrobat Reader 9	Adobe Systems	Лицензионное
14	Zoom	Zoom	Лицензионное

## **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемыми эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.



## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы практических занятий

1 семестр

Практическое занятие 1	Тема	Элементы теории множеств (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Основные числовые множества. Свойства множества действительных чисел.</li> <li>• Окрестность точки на числовой прямой.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уметь объединять множества.</li> <li>• Уметь пересекать множества.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	<p>Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва: ИНФРА-М, 2020.</p> <p>Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. –</p>
Практическое занятие 2	Тема	Функции одной переменной (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Область определения функции.</li> <li>• Область значений функции</li> <li>• Основные характеристики функции: четность/нечетность, монотонность, ограниченность.</li> <li>• Периодичность функции.</li> <li>• Обратная функция.</li> <li>• Сложная функция.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Нахождение области определения функции.</li> <li>• Нахождение области значений функции.</li> <li>• Уметь определять четность/нечетность функции.</li> <li>• Уметь находить период функции.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	<p>Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва: ИНФРА-М, 2020.</p> <p>Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 139-141.</p>
Практическое занятие 3,4	Тема	Предел числовой последовательности (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)

	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Числовая последовательность.</li> <li>• Способы задания числовой последовательности.</li> <li>• Основные характеристики: монотонность, ограниченность.</li> <li>• Сходимость числовой последовательности.</li> <li>• Геометрический смысл предела числовой последовательности.</li> <li>• Число Эйлера-Непера.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уметь задавать числовую последовательность,</li> <li>• Уметь проверять числовую последовательность на монотонность.</li> <li>• Уметь проверять числовую последовательность на ограниченность.</li> <li>• Уметь проверять числовую последовательность на сходимость.</li> <li>• Уметь находить предел последовательности.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	<p>Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва: ИНФРА-М, 2020.</p> <p>Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 167-175.</p>
Практическое занятие 5,6	Тема	Предел функции одной переменной (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Предел функции в точке по Коши.</li> <li>• Предел функции в точке Гейне.</li> <li>• Односторонние пределы.</li> <li>• Бесконечно малые и бесконечно большие функции.</li> <li>• Арифметические свойства пределов.</li> <li>• Вычисление пределов алгебраических выражений.</li> <li>• Замечательные пределы и их следствия.</li> <li>• Эквивалентные бесконечно малые функции.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уметь находить предел функции.</li> <li>• Уметь находить односторонние пределы функции.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	<p>Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 167-175.</p>
Практическое занятие 7	Тема	Проверочная работа по теме «Пределы» (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	Представлены в практических занятиях 1-6.
	Умения и навыки	Представлены в практических занятиях 1-6.
Практическое занятие 8,9	Тема	Непрерывность функции одной переменной

	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Непрерывность функции в точке.</li> <li>• Непрерывность функции в интервале и на отрезке.</li> <li>• Точки разрыва и их классификации.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уметь проверять функцию на непрерывность.</li> <li>• Определять точки разрыва и их тип</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 167-175.
Практическое занятие 10,11, 12	Тема	Производная и дифференциал функции одной переменной (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Понятие производной функции одной переменной.</li> <li>• Уравнения касательной и нормали к кривой.</li> <li>• Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций.</li> <li>• Производная сложной и обратной функции.</li> <li>• Производные высших порядков.</li> <li>• Логарифмическое дифференцирование.</li> <li>• Дифференцирование неявно заданных функций.</li> <li>• Дифференциал функции,</li> <li>• Правило Лопиталю.</li> <li>• Формула Тейлора.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Нахождение производной функции одного переменного.</li> <li>• Вычисление пределов с помощью правила Лопиталю.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 207-209.
Практическое занятие 13	Тема	Проверочная работа по теме «Производная» (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	Представлены в практических занятиях 11-12.
	Умения и навыки	Представлены в практических занятиях 11-12.
Практическое занятие 14,15,16	Тема	Исследование функции одной переменной и построение графиков
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Возрастание и убывание функции.</li> <li>• Необходимые и достаточные признаки экстремума функции.</li> <li>• Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</li> <li>• Выпуклость и вогнутость функции.</li> <li>• Точки перегиба.</li> <li>• Асимптоты графика функции.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Исследование функции.</li> <li>• Построение графика функции</li> </ul>

	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 243-245.
Практическое занятие 17	Тема	Итоговая проверочная работа (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	Представлены в практических занятиях 1-17.
	Умения и навыки	Представлены в практических занятиях 1-17.

## 2 семестр

Практическое занятие 1	Тема	Функции нескольких переменных. Основные понятия (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Область определения функции нескольких переменных.</li> <li>• Способы задания функции нескольких переменных.</li> <li>• Линия и поверхности уровня.</li> <li>• Предел и непрерывность функции двух переменных.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уметь находить область определения функции нескольких переменных.</li> <li>• Уметь строить линии уровня.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	<p>Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 438-440.</p> <p>Михин, М.Н. Математический анализ. Функции нескольких переменных: Учебное пособие. / М.Н. Михин, Т.Б. Белова – Москва: Альпен-Принт, 2020 – 57 с. ISBN 978-5-6044627-3-7</p>
Практическое занятие 2,3	Тема	Производные и дифференциалы функции нескольких переменных (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Частные производные и их геометрический смысл.</li> <li>• Частные производные высших порядков.</li> <li>• Полный дифференциал функции.</li> <li>• Производная сложной функции.</li> <li>• Полная производная.</li> <li>• Производная по направлению.</li> <li>• Градиент.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Находить частные производные.</li> <li>• Находить производную сложной функции.</li> <li>• Находить производную по направлению.</li> <li>• Находить градиент.</li> </ul>

	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	<p>Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 438-440.</p> <p>Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва: ИНФРА-М, 2020.</p> <p>Михин, М.Н. Математический анализ. Функции нескольких переменных: Учебное пособие. / М.Н. Михин, Т.Б. Белова – Москва: Альпен-Принт, 2020 – 57 с. ISBN 978-5-6044627-3-7</p>
Практическое занятие 4	Тема	Экстремумы функции двух переменных (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Локальный экстремум.</li> <li>• Метод наименьших квадратов.</li> <li>• Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.</li> <li>• Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Находить локальный экстремум.</li> <li>• Определять наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	<p>Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 438-440.</p> <p>Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва: ИНФРА-М, 2020.</p> <p>Михин, М.Н. Математический анализ. Функции нескольких переменных: Учебное пособие. / М.Н. Михин, Т.Б. Белова – Москва: Альпен-Принт, 2020 – 57 с. ISBN 978-5-6044627-3-7</p>
Практическое занятие 5	Тема	Проверочная работа № 1 (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	Представлены в практических занятиях 1-4.
	Умения и навыки	Представлены в практических занятиях 1-4.
Практическое занятие 6,7	Тема	Первообразная и неопределенный интеграл
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Первообразная.</li> <li>• Неопределенный интеграл.</li> <li>• Основные методы интегрирования: метод использования табличных интегралов, метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование рациональных дробей.</li> </ul>

	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знать табличные интегралы.</li> <li>• Уметь находить табличные интегралы.</li> <li>• Уметь интегрировать заменой переменной.</li> <li>• Уметь интегрировать по частям.</li> <li>• Уметь интегрировать рациональную дробь.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 278-284.
Практическое занятие 8	Тема	Определенный интеграл (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Определенный интеграл.</li> <li>• Геометрический смысл определенного интеграла.</li> <li>• Формула Ньютона-Лейбница.</li> <li>• Замена переменной в определенном интеграле.</li> <li>• Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уметь вычислять определенный интеграл.</li> <li>• Уметь применять определенный интеграл для отыскания площади плоской фигуры.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 320-325.
Практическое занятие 9	Тема	Несобственный интеграл (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Несобственный интеграл I рода.</li> <li>• Несобственный интеграл II рода.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Определять сходимость/расходимость несобственного интеграла.</li> <li>• Вычислять несобственный интеграл.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 320-325
Практическое занятие 10	Тема	Проверочная работа № 2 (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	Представлены в практических занятиях 6-9.
	Умения и навыки	Представлены в практических занятиях 6-9.
Практическое занятие 11	Тема	Дифференциальные уравнения (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)

	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Дифференциальные уравнения первого порядка.</li> <li>• Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.</li> <li>• Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.</li> <li>• Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.</li> <li>• Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.</li> <li>• Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уметь решать простейшие дифференциальные уравнения.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 355-356.
Практическое занятие 12	Тема	Числовые ряды (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Числовой ряд.</li> <li>• Ряд геометрической прогрессии.</li> <li>• Необходимый признак сходимости.</li> <li>• Обобщенный гармонический ряд.</li> <li>• Достаточные признаки сходимости (сравнения, Даламбера, радикальный, интегральный).</li> <li>• Признак Лейбница..</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знать о сходимости суммы геометрической прогрессии.</li> <li>• Знать о сходимости обобщенного гармонического ряда.</li> <li>• Уметь определять сходится ли ряд.</li> </ul>
	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – С. 379-380. — Режим доступа: <a href="http://znaniyum.com/catalog/product/1028709">http://znaniyum.com/catalog/product/1028709</a> или <a href="http://www.iprbookshop.ru/74953.html">http://www.iprbookshop.ru/74953.html</a>
Практическое занятие 12	Тема	Степенные ряды (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Область сходимости.</li> <li>• Радиус сходимости.</li> <li>• Формула Тейлора.</li> <li>• Ряды Тейлора и Маклорена.</li> </ul>
	Умения и навыки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уметь находить область сходимости степенного ряда.</li> <li>• Уметь раскладывать функцию в ряд Тейлора.</li> </ul>

	Задания для работы на практическом занятии и для самостоятельного решения	Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.] ; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. - С. 394-395. — Режим доступа: <a href="http://znanium.com/catalog/product/1028709">http://znanium.com/catalog/product/1028709</a> или <a href="http://www.iprbookshop.ru/74953.html">http://www.iprbookshop.ru/74953.html</a>
Практическое занятие 13	Тема	Итоговая проверочная работа (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-6.1, ОПК-6.2)
	Вопросы	Представлены в практических занятиях 1-12.
	Умения и навыки	Представлены в практических занятиях 1-12.



## 9.2. Методические рекомендации по выполнению проверочных работ

Проверочная работа должна быть выполнена в тетради, на обложке которой студенту следует приклеить титульный лист, оформление которого можно сфотографировать на информационном стенде кафедры.

Условие задачи должно быть полностью переписано перед ее решением. Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. При необходимости следует делать соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении данной задачи. Все вычисления (в том числе и вспомогательные) необходимо делать полностью. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и четко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов чертежа. Для замечаний преподавателя-рецензента необходимо на каждой странице оставлять поля шириной 3...4 см.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать методисту кафедры не позже, чем за две недели до промежуточной аттестации с актом сдачи (для заочного отделения).

Если проверочная работа не зачтена, то студент должен исправить все указанные преподавателем ошибки, учитывая при этом его рекомендации и советы, и сдать работу на повторную проверку (для заочного отделения).

Проверочная работа по теме «Пределы». Проверочная работа включает в себя 10 практических заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

Проверочная работа «Производная». Проверочная работа включает в себя 10 практических заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

Итоговая проверочная работа за 1 семестр. Проверочная работа включает в себя 12 практических заданий. Студенту нужно выбрать для решения 10 заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

Проверочная работа «Функции нескольких переменных». Проверочная работа включает в себя 5 практических заданий. За каждое верно выполненное задание дается два балла. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

Проверочная работа «Интегралы». Проверочная работа включает в себя 10 практических заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

Итоговая проверочная работа за 2 семестр. Проверочная работа включает в себя 12 практических заданий. Студенту нужно выбрать для решения 10 заданий. За каждое верно выполненное задание дается один балл. Максимальное количество баллов —10. На выполнение заданий контрольной работы отводится 90 минут во время занятия.

Для успешного освоения обучающимися дисциплины «Математический анализ», целесообразно выполнить следующие задания:

- Найти область определения функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ .
- Найти область определения функции  $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 6x)}{x-9}$ .
- Найти область значения функции  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ .
- Найти область значения функции  $f(x) = 3 \cos x + 4 \sin x$ .
- Выяснить, является ли функция периодической и, если да, то указать её период:

$$\checkmark \quad y = \sin 2x \cos x, \quad y = \sin 2x + \cos 3x,$$

$$\checkmark \quad y = \ln \cos x, \quad y = \sin^2 2x.$$

- Определите, сколько и каких элементарных функций входит в композицию сложной функции  $y = \operatorname{ctg}^3 \ln \sqrt{x^2 + 1}$ .

• Для функции  $y = e^{2x+1}$  найти обратную функцию  $x = f^{-1}(y) = g(y)$ , указать область определения и область значений функции  $x = f^{-1}(y) = g(y)$ .

- Вычислить пределы функций

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{3x^2 - 2x + 4}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^3 (3x-1)^2}{(x+3)^5};$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x+1)}{x^4 + 4x^2 - 5}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^4 + 4x^2 - 4};$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{1 - \sqrt[3]{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{2 - \sqrt[3]{x}};$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 5x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{x(\sin 3x - \sin x)};$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 4x}{\sin 5x}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\cos \frac{5x}{2}};$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{x+4}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3}\right)^{5x+7};$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{4x}\right)^{5x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+5}\right)^{6x+7};$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2 \sin 3x)}{\sin 4x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{2x - \operatorname{arctg} 3x}.$$

- Используя только определение производной, найти производную функции:

$$\checkmark \quad y = \cos x, \quad y = \frac{1}{x+5};$$

$$\checkmark \quad y = \sqrt{x}, \quad y = \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$\checkmark \quad y = x^3, \quad y = \frac{1}{x^4}.$$

- Используя общие правила дифференцирования, найти производные  $y'(x)$ :

$$\checkmark \quad y = \sin(e^{2x}), \quad y = \sqrt{1+4\sin 6x};$$

$$\checkmark \quad y = x\sqrt{1-x^2}, \quad y = \sqrt{2+3x}\sin 2x;$$

$$\checkmark \quad y = \frac{\sin x}{\cos^3 x}, \quad y = \frac{x \ln x}{x-1};$$

$$\checkmark \quad y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}, \quad y = (2+x)^{5x+6};$$

$$\checkmark \quad y = x^3 \sin 3x, \quad y = e^{-\sqrt{3x+1}}.$$

- Составить уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x = x_0$ , если

$$\checkmark \quad y = \sin 2x, \quad x_0 = \frac{\pi}{4};$$

$$\checkmark \quad y = \ln(x^2 - 4x + 4), \quad x_0 = 1.$$

- Найти точку на кривой  $y = 3x^2 - 5x - 11$ , касательная в которой параллельна прямой  $x - y + 10 = 0$ .

- Найти точку на кривой  $y = 5x^2 - 4x + 1$ , касательная в которой параллельна прямой  $x + 6y + 10 = 0$ .

- Используя правило Лопиталя, найти предел

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\sin \frac{\pi x}{2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right),$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \cdot \sin x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right),$$

$$\checkmark \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(x-5)}{\ln(e^x - e^5)}.$$

- Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции:

$$\checkmark \quad y = x - \ln(1-x), \quad y = e^{x^2+6x+1},$$

$$\checkmark \quad y = x^3 - 3x + 1, \quad y = 2 + \ln(x^2 + 4x + 5).$$

- Найти неопределенные интегралы

$$\checkmark \quad \int x^2 e^{x^3+1} dx. \quad \int \frac{2x-1}{x^2+4x+3} dx.$$

$$\checkmark \quad \int \frac{3x-1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx. \quad \int \sqrt{x} \ln x dx.$$

$$\checkmark \quad \int e^x \sin 2x dx. \quad \int \frac{x+3}{(x-2)(x+1)} dx$$

- Найти определенные интегралы

$$\checkmark \int_{e^2}^{e^4} \sqrt{x} \ln x dx . \quad \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 5} .$$

$$\checkmark \int_0^3 \frac{\sqrt{x+1} dx}{x+2} \quad \int_0^\pi x^2 \cos x dx . .$$

- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{3}x^3$ .
- Найти  $z'_t(x, y)$ , если  $z(x, y) = x^3 e^{-xy}$ ,  $x(t) = \cos(7t)$ ,  $y(t) = \ln(3t + 4)$
- Исследовать на экстремум функцию  $z(x, y) = x^5 + y^5 - 5xy$ .
- Найти общий интеграл дифференциального уравнения  $x dx + y(x^2 + 1) dy = 0$
- Исследовать на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{2^n}$
- Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{3n}}{8^n n}$

## Решение некоторых заданий

№ 1. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}{x + 3}$ .

Решение. Данный предел есть неопределенность вида  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ . Для нахождения этого предела вынесем из-под знака корня и скобок наивысшие степени  $x$ , в результате получим:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}{x + 3} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 \left( 4 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x} \right)}}{x \left( 1 + \frac{3}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x}} \cdot x}{x \left( 1 + \frac{3}{x} \right)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x}}}{1 + \frac{3}{x}} = \frac{\sqrt{4 + 0 + 0}}{1 + 0} = 2. \end{aligned}$$

Ответ:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}{x + 3} = 2$ .

№ 2. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2 \ln(1 + x^2)}{(e^{2x} - 1) \operatorname{tg} 3x^3}$ .

Решение. Данный предел есть неопределенность вида  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ . Для нахождения этого предела воспользуемся теоремой о замене бесконечно малых функций эквивалентными бесконечно малыми функциями. Так как

$$\ln(1 + x^2) \sim x^2 \quad \text{при } x \rightarrow 0,$$

$$(e^{2x} - 1) \sim 2x \quad \text{при } x \rightarrow 0,$$

$$\sin 2x^2 \sim 2x^2 \quad \text{при } x \rightarrow 0,$$

$$\operatorname{tg} 3x^3 \sim 3x^3 \quad \text{при } x \rightarrow 0,$$

то

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2 \ln(1 + x^2)}{(e^{2x} - 1) \operatorname{tg} 3x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 \cdot x^2}{2x \cdot 3x^3} = \frac{1}{3}.$$

Ответ:  $\frac{1}{3}$ .

№ 3. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln \left( \frac{2x - 1}{2x + 3} \right)$ .

Решение. Данный предел есть неопределенность вида  $[1^\infty]$ . Сведем этот предел ко второму замечательному пределу. В основании степени, стоящей под знаком предела, выделим единицу (разделив числитель на знаменатель):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-3}{2x+1} \right)^{4x-1} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1-4}{2x+1} \right)^{4x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{-4}{2x+1} \right)^{4x-1} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{-4}{2x+1} \right)^{2x+1} \right]^{\frac{4x-1}{2x+1}} = \left[ e^{-4} \right]^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-1}{2x+1}} = \left[ e^{-4} \right]^2 = e^{-8} \end{aligned}$$

Ответ:  $e^{-8}$ .

№ 4. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\ln(\operatorname{arctg} 3x)}{\ln(\operatorname{tg} 2x)}$ .

Решение. Применим правило Лопиталья

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\ln(\operatorname{arctg} 3x)}{\ln(\operatorname{tg} 2x)} &= \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{(\ln(\operatorname{arctg} 3x))'}{(\ln(\operatorname{tg} 2x))'} = \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\frac{1}{\operatorname{arctg} 3x} \cdot \frac{3}{1+9x^2}}{\frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \cdot \frac{2}{\cos^2 2x}} = \\ \lim_{x \rightarrow 0+0} \left( \frac{1}{\operatorname{arctg} 3x} \cdot \frac{3}{1+9x^2} \cdot \frac{\operatorname{tg} 2x \cos^2 2x}{1} \cdot \frac{2}{2} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{arctg} 3x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{3 \cos^2 2x}{2(1+9x^2)} = \\ = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{arctg} 3x} &= \left| \frac{\operatorname{tg} 2x \square 2x}{\operatorname{arctg} 3x \square 3x} \right| = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{2x}{3x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

№ 5. Используя только определение производной, вывести производную функции  $y = \sin^2(2x)$ .

Решение.

$$\begin{aligned} y' &= (\sin^2(2x))' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x+2\Delta x) - \sin^2(2x)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\sin(2x+2\Delta x) - \sin(2x))(\sin(2x+2\Delta x) + \sin(2x))}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(\Delta x) \cos(2x+\Delta x) 2 \sin(2x+\Delta x) \cos(\Delta x)}{\Delta x} = \\ &= 4 \sin(2x) \cos(2x) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(\Delta x)}{\Delta x} \right) = 4 \sin(2x) \cos(2x). \end{aligned}$$

№ 6. Найти производную функции  $y = e^{\cos 3x^4}$ .

Решение. Используя правило дифференцирования сложной функции, получим

$$\begin{aligned}
 y' &= \left( e^{\cos 3x^4} \right)' = e^{\cos 3x^4} \cdot (\cos 3x^4)' = e^{\cos 3x^4} \cdot (-\sin 3x^4) \cdot (3x^4)' = \\
 &= -e^{\cos 3x^4} \cdot \sin 3x^4 \cdot 12x^3.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $y' = -e^{\cos 3x^4} \cdot \sin 3x^4 \cdot 12x^3$ .

№ 7. Найти производную функции  $y = x\sqrt{1-x^2}$ .

Решение. Используя формулу производной произведения, получаем

$$\begin{aligned}
 y' &= \left( x\sqrt{1-x^2} \right)' = x'\sqrt{1-x^2} + x(\sqrt{1-x^2})' = 1 \cdot \sqrt{1-x^2} + x \frac{(1-x^2)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \\
 &= \sqrt{1-x^2} + \frac{x(-2x)}{2\sqrt{1-x^2}} = \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $y' = \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ .

№ 8. Найти производную функции  $y = x^{\arctg 3x}$ .

Решение. Воспользуемся формулой производной показательной-степенной функции

$$(u^v)' = (e^{\ln u^v})' = (e^{v \ln u})' = e^{v \ln u} (v \ln u)' = u^v \left( v' \ln u + v \frac{u'}{u} \right),$$

где

$$\begin{aligned}
 u &= x, & u' &= x' = 1, \\
 v &= \arctg 3x, & v' &= (\arctg 3x)' = \frac{3}{1+9x^2}.
 \end{aligned}$$

Окончательно, получаем

$$y' = \left( x^{\arctg 3x} \right)' = x^{\arctg 3x} \left( \frac{3}{1+9x^2} \ln x + \arctg 3x \cdot \frac{1}{x} \right).$$

Ответ:  $y' = x^{\arctg 3x} \left( \frac{3}{1+9x^2} \ln x + \arctg 3x \cdot \frac{1}{x} \right)$ .

№ 9. Найти точки разрыва функции  $y = x \sin \frac{\pi}{x}$  и провести их

классификацию.

Решение. Данная функция не определена при  $x = 0$ .

Учитывая, что функция является четной, достаточно рассмотреть предел справа

$$\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} x \sin \frac{\pi}{x} = 0.$$

Так как мы имеем произведение бесконечно малой  $\alpha(x) = x$  на ограниченную функцию  $\left| \sin \frac{\pi}{x} \right| \leq 1$ .

Таким образом, получаем

$$\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq f(x_0).$$

Что соответствует устранимому разрыву.

Ответ: функция непрерывна при  $x \neq 0$ . Точка  $x = 0$  является точкой устранимого разрыва.

№ 10. Найти точки экстремума и определить интервалы монотонности функции  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ .

Решение. Находим область определения функции. Учитывая, что знаменатель дроби не должен равняться нулю, получаем  $x \neq \pm 1$ , т.е. областью определения функции является  $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$ .

Экстремумы, интервалы возрастания и убывания функции.

$$y' = \left( \frac{x^3}{x^2 - 1} \right)' = \frac{(x^3)'(x^2 - 1) - (x^3)(x^2 - 1)'}{(x^2 - 1)^2} = \frac{3x^2(x^2 - 1) - 2x \cdot x^3}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2}.$$

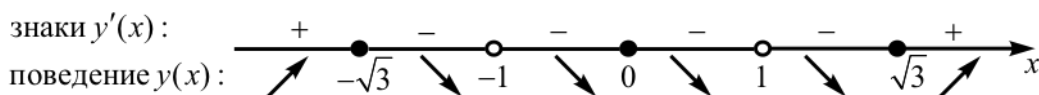
Находим нули производной

$$y' = 0, \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} = 0, x^4 - 3x^2 = 0, x^2(x^2 - 3) = 0, x = 0, x = \pm\sqrt{3}.$$

Производная не существует в точках  $x = 1$  и  $x = -1$ .

Таким образом, получаем пять критических точек  $x = 0, x = \pm\sqrt{3}, x = \pm 1$ .

Определяем интервалы знакопостоянства производной.



Получаем следующие результаты:

$$x \in (-\infty; -\sqrt{3}): \quad y' > 0, \quad \text{функция возрастает};$$

$$x \in (-\sqrt{3}; -1): \quad y' < 0, \quad \text{функция убывает};$$

$$x \in (-1; 0): \quad y' < 0, \quad \text{функция убывает};$$

$$x \in (0; 1): \quad y' < 0, \quad \text{функция убывает};$$

$$x \in (1; \sqrt{3}): \quad y' < 0, \quad \text{функция убывает};$$

$$x \in (\sqrt{3}; +\infty): \quad y' > 0, \quad \text{функция возрастает}.$$

При этом, очевидно, что точка  $x = -\sqrt{3}$  является точкой максимума, а точка  $x = \sqrt{3}$  является точкой минимума. Значения функции в этих точках равны



$$y(-\sqrt{3}) = -3\sqrt{3}/2 \text{ и } y(\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}/2.$$

Ответ:  $x = -\sqrt{3}$  является точкой максимума,  $x = \sqrt{3}$  является точкой минимума; функция убывает на каждом из интервалов:  $(-\sqrt{3}; -1)$ ,  $(-1; 1)$ , и  $(1; \sqrt{3})$ ; функция убывает на каждом из интервалов  $(-\infty; -\sqrt{3})$  и  $(\sqrt{3}; +\infty)$ .

№ 11. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости функции  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ .

Решение. Используем результаты предыдущего номера:

Областью определения функции —  $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$ .

$$y' = \left( \frac{x^3}{x^2 - 1} \right)' = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2}.$$

Найдем вторую производную функции

$$\begin{aligned} y'' = (y')' &= \left( \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \frac{(x^4 - 3x^2)'(x^2 - 1)^2 - (x^4 - 3x^2)((x^2 - 1)^2)'}{((x^2 - 1)^2)^2} = \\ &= \frac{(4x^3 - 6x)(x^2 - 1)^2 - (x^4 - 3x^2)4x(x^2 - 1)}{(x^2 - 1)^4} = \\ &= \frac{(4x^3 - 6x)(x^2 - 1) - (x^4 - 3x^2)4x}{(x^2 - 1)^3} = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}. \end{aligned}$$

Находим точки, в которых вторая производная равна нулю.

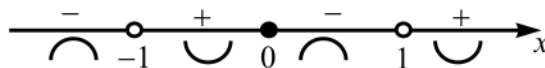
$$y'' = 0, \quad \frac{2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3} = 0, \quad x = 0.$$

Вторая производная не существует в точках  $x = 1$  и  $x = -1$ .

Таким образом, получаем по второй производной три критические точки  $x = 0$ ,  $x = \pm 1$ . Наносим эти точки на числовую прямую и определяем интервалы знакопостоянства второй производной.

знаки  $y''(x)$ :

направление выпуклости:



Получаем следующие результаты:

$$x \in (-\infty; -1): \quad y'' < 0, \quad \text{функция выпукла вверх;}$$

$$x \in (-1; 0): \quad y'' > 0, \quad \text{функция выпукла вниз;}$$

$$x \in (0; 1): \quad y'' < 0, \quad \text{функция выпукла вверх;}$$

$$x \in (1; +\infty): \quad y'' > 0, \quad \text{функция выпукла вниз.}$$

Точкой перегиба является  $x = 0$ .

Ответ:  $x = 0$  — точка перегиба; функция выпукла вверх на интервалах  $(-\infty; -1)$  и  $(0; 1)$ ; функция выпукла вниз на интервалах  $(-1; 0)$  и  $(1; +\infty)$ .

## АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина Математический анализ реализуется кафедрой математических и естественнонаучных дисциплин филиала РГГУ в г. Домодедово

Цель дисциплины — общематематическая подготовка студентов, необходимая для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; воспитание у студентов навыков логического мышления и формального обоснования принимаемых решений.

Задачи дисциплины:

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развить логическое и алгоритмическое мышление, умение строго излагать свои мысли;
- выработка навыков к математическому исследованию теоретических и практических задач экономики и управления;
- сформировать умение выбирать математический инструментарий для построения моделей экономических процессов, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1 Использует методы сбора, анализа и оценки информации, отражающей состояние и тенденции в экономике	<p><i>Знать:</i> анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Уметь:</i> осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Владеть:</i> способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p>
	ОПК-2.2 Анализирует результаты экономико-статистических исследований и делает на их основе качественные и количественные выводы для решения практических задач	<p><i>Знать:</i> методы поиска информации, необходимой для решения экономических задач.</p> <p><i>Уметь:</i> осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Владеть:</i> использования математического аппарата для решения экономических</p>

		задач.
ОПК – 6 Знает принципы работы современного инструментария сбора и анализа данных, необходимых для решения поставленных задач	ОПК - 6.1 Знает принципы работы современного инструментария сбора и анализа данных, необходимых для решения поставленных задач	<p><i>Знать:</i> анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Уметь:</i> осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Владеть:</i> способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения экономических задач</p>
	ОПК - 6.2 Использует принципы работы информационных технологий и эффективно применяет при решении задач в профессиональной деятельности	<p><i>Знать:</i> методы поиска информации, необходимой для решения экономических задач.</p> <p><i>Уметь:</i> осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения экономических задач</p> <p><i>Владеть:</i> использования математического аппарата для решения экономических задач.</p>

Для закрепления теоретических знаний и практических навыков студенты должны систематически выполнять домашние задания. Для контроля знаний студентов в каждом семестре проводится по 2 контрольных работы (текущий контроль успеваемости) и по одной итоговой контрольной работе (промежуточный контроль). Итоговая аттестация студентов (экзамен) проводится по рейтинговой системе. Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

## ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1			
2			
3			
4			
5			
6			